Verknüpfung von Ereignissen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Würfel wird einmal geworfen. Es werden zwei Ereignisse festgelegt.
A: Die Augenzahl ist größer als 3   B: Die Augenzahl ist eine gerade Zahl
Ein neues Ereignis wird wie folgt festgelegt:
C: Die Augenzahl ist größer als 3 **und** die Augenzahl ist eine gerade Zahl.
Das Ereignis C ist eine **und – Verknüpfung** aus A und B.
Wie lautet die Ereignismenge C?

Lösung:
$A = \{4;5;6\} \quad B = \{2;4;6\} \Rightarrow C = \{4;6\}$
In der Mengenschreibweise bedeutet das
$C = A \cap B$ Schnittmenge von A und B $=$ und - Verknüpfung von A und B

Übung: Ein neues Ereignis wird wie folgt festgelegt:
D: Die Augenzahl ist größer als 3 **oder** die Augenzahl ist eine gerade Zahl. Das Ereignis D ist eine **oder – Verknüpfung** aus A und B.
Wie lautet die Ereignismenge D?

Lösung: $A = \{4;5;6\} \quad B = \{2;4;6\} \Rightarrow D = \{2;4;5;6\}$
In der Mengenschreibweise bedeutet das
$D = A \cup B$ Vereinigungsmenge von A und B $=$ oder - Verknüpfung von A und B

Um Verknüpfungen von Ereignissen bilden zu können ist es nötig, einen kleinen Einblick in die Mengenlehre zu nehmen.

Mengenlehre Exkurs I

Zahlenmengen

Eine Zahlenmenge ist eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Zahlen.
Mengen werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Beispiel

$M = \{2;4;6;8;10\}$

2 ist ein Element von M $2 \in M$

6 ist ein Element von M $6 \in M$

3 ist kein Element von M $3 \notin M$

Schreibweise für Mengen

$A = \{1;2;3;4;5\}$ aufzählende Darstellung

$A = \{x | 1 \le x \le 5\}_{\mathbb{N}}$ beschreibende Darstellung

in Worten: A ist die Menge aller x, für die gilt,
x ist eine natürliche Zahl von 1 bis 5

$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$ leere Menge

Die leere Menge enthält kein Element.

Symbolik: $\{\ \} = \varnothing$ äquivalente Schreibweise für leere Menge

$\wedge$ bedeutet logisches und

Verknüpfung von Mengen

Die Schnittmenge von A und B

$A = \{a;b;c;d;e;f;g\}$

$B = \{e;f;g;h;i;j\}$

Die Schnittmenge von A und B

$A \cap B$ (A geschnitten B)

$C = A \cap B = \{e;f;g\}$

$A \cap B$ enthält alle Elemente,
die in A und gleichzeitig in B liegen.

$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

$x \in A \cap B$ heißt: x liegt in A und in B

Die Schnittmenge ist eine und – Verknüpfung zwischen Mengen

Die Vereinigungsmenge von A und B

$A = \{-4;-2;1\}$

$B = \{2;4;6\}$

$A \cup B$ enthält alle Elemente,
die in A oder in B liegen.

$A \cup B = \{-4;-2;1;2;4;6\}$

$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

$x \in A \cup B$ heißt:
x liegt in A oder in B
oder
x liegt in beiden Mengen.

Die Vereinigungsmenge ist eine
oder – Verknüpfung zwischen Mengen

Mengenzeichen
zwischen zwei Mengen

$\cap$ geschnitten
$\cup$ vereinigt

Logische Zeichen
zwischen zwei Aussageformen

$\wedge$ logisches und
$\vee$ logisches oder

Die Teilmenge von A

Die gegebene Menge B ist eine Teilmenge von A,
denn jedes Element von B befindet sich auch in A

$A = \{1;2;3;4;5;6\} \quad B = \{2;4;6\}$

$B \subset A$ bedeutet B ist eine Teilmenge von A

Die Differenzmenge (Restmenge) zweier Mengen A und C

Die Differenzmenge von A und B enthält alle Elemente von A,
die nicht in B liegen.
A\B in Worten: A ohne B

$A = \{1;4;9\} \qquad B = \{0;2;4;6\}$

$A \setminus B = \{1;9\}$

$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

$\setminus$: bedeutet ohne

$x \in A \setminus B$ heißt: x liegt in A, aber nicht in B.

Beispiele zu verknüpften Ereignissen

Der Würfel wird wiederum einmal geworfen. Folgende Ereignisse werden festgelegt.
A: Die Augenzahl ist kleiner als 4
B: Die Augenzahl ist eine ungerade Zahl
C: [4 ; 5]

Bilden Sie $A \cap B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten
Lösung:

$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A \cap B = \{1;3\}$

$A \cap B$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 und eine ungerade Zahl

Bilden Sie $A \cup B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten
Lösung:

$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1;2;3;5\}$

$A \cup B$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 oder eine ungerade Zahl

Bilden Sie $\overline{A} \cap B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$A = \{1;2;3\} \quad \Rightarrow \quad \overline{A} = \{4;5;6\}$ Die Augenzahl ist größer als 3

$B = \{1;3;5\}$ Die Augenzahl ist eine ungerde Zahl

$\overline{A} \cap B = \{5\}$ Die Augenzahl ist größer als 3 und eine ungerade Zahl

Bilden Sie $A \cap C$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap C$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 und 4 oder 5

Ein solches Ereignis nennt man unvereinbar

Unvereinbare Ereignisse	Die und - Verknüpfung zweier Ereignisse A und B heißt unvereinbar, wenn deren Schnittmenge leer ist, also $A \cap B = \varnothing$ Die und - Verknüpfung von A mit $\overline{A}$ ist stets unvereinbar da gilt: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

Merke:	Es gilt stets:	$E \cup \overline{E} = S$	$E \cap \overline{E} = \varnothing$
		$E \cup S = S$	$E \cap S = E$