Ereignisse in der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ereignisse

Ergebnisse eines Zufallsversuchs lassen sich zu Ereignissen zusammenfassen.
Wir betrachten das einmalige würfeln.
Die Ergebnismenge besteht aus 6 möglichen Ergebnissen: $S = \{1;2;3;4;5;6\}$
Als Ereignis definieren wir A: Die geworfene Zahl ist gerade.
Die Ereignismenge besteht aus 3 möglichen Ergebnissen: $A = \{2;4;6\}$
Sie ist eine Teilmenge der Ergebnismenge. Man schreibt: $A \subset S$

Ereignis	Jede Teilmenge A, B, C, ... der Ergebnismenge S eines Zufallsexperiments nennt man Ereignis. Man schreibt: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; ...$

Beispiel: Eine Münze wird dreimal nacheinander geworfen.

Über das Baumdiagramm findet man die Ergebnismenge S

$$S = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(ZWW);(WZZ);(WZW);(WWZ);(WWW)\}$$

A sei das Ereignis, dass bei den drei Würfen mindestens 2 mal die Zahl geworfen wird. Wie lautet die Menge A?

$$A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A \subset S$$

Übung: B sei das Ereignis, dass keine Zahl erscheint. Wie lautet die Menge B?

Lösung: $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

Bemerkung: Da die Menge B nur ein Element enthält, spricht man in diesem Fall von einem Elementarereignis.

Übung: C sei das Ereignis, dass höchstens einmal die Zahl erscheint.
Wie lautet die Menge C?

Lösung: $C = \{(ZWW); (WZW);(WWZ);(WWW)\} \quad C \subset S$

Ereignisarten (erklärt an einem Glücksrad mit 8 Segmenten)

Ergebnismenge: $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Ereignis A: Die Zahl ist kleiner als 9: $\Rightarrow$ $A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Das Ereignis A tritt bei jeder Durchführung des Zufallsexperiments ein.
Es wird sicheres Ereignis genannt. A = S.

Ereignis B: Die Zahl ist größer als 7: $\Rightarrow$ $B = \{8\}$

Das Ereignis B enthält nur ein Element.
Man nennt es Elementarereignis.

Ereignis C: Die Zahl ist kleiner als 1: $\Rightarrow$ $C = \{\ \}$ bzw. $C = \varnothing$

Das Ereignis $C = \varnothing$ tritt niemals ein es ist ein unmögliches Ereignis.

Ereignis D: Die Zahl ist > 6: $\Rightarrow$ $D = \{7;8\}$

Ereignis $\overline{D}$: Die Zahl ist ≤ 6: $\Rightarrow$ $\overline{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

$\overline{D}$ ist das Gegenereignis von D.

$\overline{D}$ enthält diejenigen Ergebnisse der Ergebnismenge S, die nicht zu D gehören.

Mengenschreibweisen: $\overline{D} = S \setminus D$ $\overline{D}$ ist die Menge S ohne D.

Die Vereinigung von Ereignis und Gegenereignis

ist die Ergebnismenge $D \cup \overline{D} = S$

Beispiele zum Gegenereignis.

Ereignis	**Gegenereignis**
A: Höchstens 4 Autos sind defekt	$\overline{A}$ Mindestens 5 Autos sind defekt
B: Mindestens 2 Handys wurden gestohlen	$\overline{B}$ Höchstens ein Handy wurde gestohlen, d.h kein oder nur ein Handy
C: Kein Auto ist blau	$\overline{C}$ Mindestens 1 Auto ist blau
D: Genau ein Apfel von drei Äpfeln ist faul	$\overline{D}$ Kein Apfel oder zwei oder drei Äpfel sind faul

Bemerkung: Um zu einem Ereignis das Gegenereignis zu finden, kann man oft nach folgendem Schema vorgehen:
1. Ergebnismenge S bestimmen
2. Ereignismenge bestimmen
3. Über die Restmengenbildung die Gegenereignismenge bilden.

Lösungsmöglichkeit für „Höchstens 4 Autos sind defekt“.
Der Einfachheit halber gehen wir von maximal 6 Autos aus.
Alle Möglichkeiten der Kombinationen von heile (H) und defekt (D) bilden die Ergebnismenge S

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{HHHHHH} \\ \text{DHHHHH} \\ \text{DDHHHH} \\ \text{DDDHHH} \\ \text{DDDDHH} \end{array} \right\} = A \quad \text{Möglichkeiten für höchstens 4 defekt} \\ \left. \begin{array}{l} \text{DDDDDH} \\ \text{DDDDDD} \end{array} \right\} = \overline{A} \quad \text{Möglichkeiten für mindestens 5 defekt} \end{array} \right.$$

Lösungsmöglichkeit für „Mindestens 2 Handys wurden gestohlen“.
Der Einfachheit halber gehen wir von maximal 4 Handys aus.
Alle Möglichkeiten der Kombinationen von gestohlen (G) und nicht gestohlen (N) bilden die Ergebnismenge S

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{GGGG} \\ \text{GGGN} \\ \text{GGNN} \end{array} \right\} = B \quad \text{Möglichkeiten für mindestens 2 Handys gestohlen} \\ \left. \begin{array}{l} \text{GNNN} \\ \text{NNNN} \end{array} \right\} = \overline{B} \quad \text{Möglichkeiten für höchstens 1 Handy gestohlen} \end{array} \right.$$

Lösungsmöglichkeit für „Kein Auto ist blau“.
Der Einfachheit halber gehen wir von maximal 4 Autos aus.
Alle Möglichkeiten der Kombinationen von blau (B) und nicht blau (N) bilden die Ergebnismenge S

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \left. \text{NNNN} \right\} = C \quad \text{Möglichkeiten für kein Auto ist blau} \\ \left. \begin{array}{l} \text{BNNN} \\ \text{BBNN} \\ \text{BBBN} \\ \text{BBBB} \end{array} \right\} = \overline{C} \quad \text{Möglchkeiten für mindestens 1 Auto ist blau} \end{array} \right.$$

Lösungsmöglichkeit für „Genau ein Apfel von drei Äpfeln ist faul“.
Wir müssen von 3 Äpfeln ausgehen.
Alle Möglichkeiten der Kombinationen von faul (F) und nicht faul (N) bilden die Ergebnismenge S

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \left. \text{FNN} \right\} = D \quad \text{Möglichkeiten für ein Apfel ist faul} \\ \left. \begin{array}{l} \text{FFN} \\ \text{FFF} \\ \text{NNN} \end{array} \right\} = \overline{D} \quad \text{Möglchkeiten für 2, 3 oder kein Apfel ist faul} \end{array} \right.$$